OPTIMIZACIÓN

1. Determine el rectángulo de mayor área que puede inscribirse en la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Encuentre el área del rectángulo más grande que puede inscribirse en una semicircunferencia de radio r.
3. Calcule las dimensiones del triángulo isósceles más grande que pueda inscribirse en una circunferencia de radio r.
4. Encontrar las dimensiones del cilindro circular recto con volumen máximo que puede inscribirse en un cono circular recto de 8 cm de radio y 12 cm de altura.
5. Se consideran los cilindros inscritos en una esfera de radio 1. Hallar las dismensiones del cilindro de área lateral máxima dibujando de forma aproximada la función correspondiente en el intervalo que proceda.
6. Halle las dimensiones del cono de volumen máximo que puede inscribirse en una esfera de radio R.
7. Halle el rectángulo más grande que se puede inscribir en un triángulo equilátero de lado L, si un lado del rectángulo se encuentra en la base del triángulo.
8. Dos pueblos A y B se encuentran en orillas opuestas de una ría de 3 Km de ancho, siendo la distancia entre ellos de 5 Km. (en línea recta). Un muchacho que vive en A quiere llegar a B en tiempo mínimo. Sabiendo que nada a 3 Km/h y anda a 5 Km/hm, halle el camino óptimo que debe seguir.
9. Una vaca está situada en el punto A, a 90 m de un río. Se dirige en línea recta hacia el punto P en la orilla, para beber y luego va derecha hacia el comedero situado en el punto B, a 60 m. del río. Si la distancia de A' a B' es de 200 m. ¿dónde debe estar el punto P para que el recorrido sea mínimo? Una vez determinado el punto P compara los ángulos $\alpha \ y \ \beta$.
10. Un faro está situado a 3 km mar adentro directamente en frente de un punto A de la costa que es recta. En la costa a 8 Km del punto A hay un almacén. El farero puede remar en su bote a 6 Km/h y puede caminar a 8 K m/h. ¿Hacia qué punto de la costa debe el farero dirigir su bote para llegar al almacén los antes posible?
11. Un trozo de alambre de 10 m de largo se corta en dos partes: Uno se dobla para formar un cuadrado, y la otra para formar un triángulo equilátero, ¿Cómo debe cortarse el alambre para que el área total sea máxima? Idem para que el área total sea mínima.
12. Se quiere cortar una alambrada de 200 metros para cercar un terreno circular y otro cuadrado con cada una de las partes. ¿Qué longitud debe tener cada una de ellas para que la suma de las áreas de las superficies cercadas sea máxima?
13. Una mujer que se encuentra en un punto A sobre la playa de un lago circular con radio 2 millas desea llegar al punto C, opuesto al A sobre el otro lado del lago en el tiempo más corto posible. Puede caminar a razón de 4 min/h y remar en un bote a 2 min/h, ¿En qué ángulo en relación con el diámetro debe remar?
14. Un ventana tiene forma de rectángulo rematada por un semicírculo. Si el perímetro es de 30 pies, encuentre las dimensiones de la ventana de modo que pase la cantidad más grande de luz.
15. Un tanque metálico de almacenamiento, con volumen V, se ha de construir en forma de cilindro circular recto (se supone sin tapa superior), rematado por la parte inferior

con una semiesfera. ¿Qué dimensiones requieren la mínima cantidad de metal? (Se recuerda que la superficie de una esfera de radio r es $4\pi r$).

16. En una chapistería se dispone de planchas de latón cuadradas de 40 cm de lado que, con los cortes y dobleces oportuno se pueden convertir en cajas sin tapadera. ¿Qué dimensiones han de tener los cuadrados recortados para fabricar cajas de la máxima capacidad?, ¿Cuál es la capacidad?
17. Un recipiente rectangular de almacenaje con la parte superior abierta debe tener un volumen de 10 cm^3. El largo de su base es el doble del ancho. El material para la base cuesta 10 euros/m^2 y el de los costados 6 euros/m^2. Encuentre las dimensiones para obtener el recipiente más barato posible.

PROBLEMAS TIPO 1

Distancias máximas o mínimas del punto de una curva $y=f(x)$ al punto (a,b), cogeremos como función $D=(x-a)^2+(y-b)^2$ y cómo condición la ecuación de la curva

(1) Dada la elipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ halla el punto de la misma que esté más próximo al $(1,0)$.

(1º) Función: $D=(x-1)^2+(y-0)^2$ Punto $(1,0)$.

(2º) Condición: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1 \longrightarrow \frac{y^2}{4}=1-\frac{x^2}{16} \rightarrow y^2=4\left(1-\frac{x^2}{16}\right) \rightarrow \boxed{y=\sqrt{4\left(1-\frac{x^2}{16}\right)}}$

Sustituyo en D.

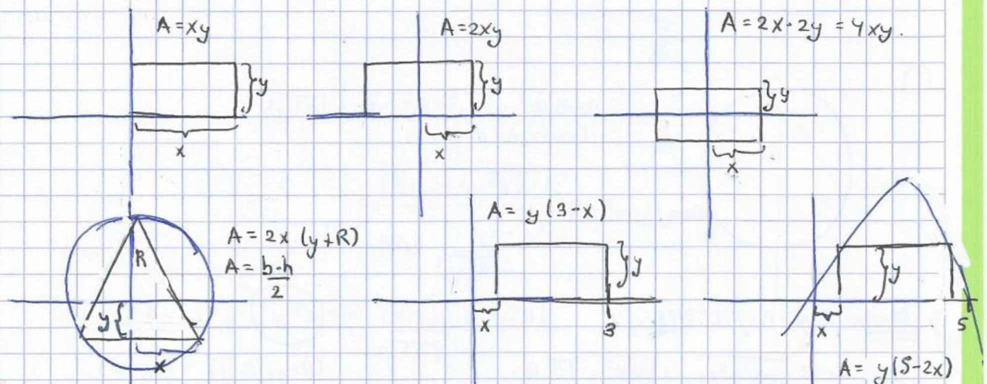
$D=(x-1)^2+4\left(1-\frac{x^2}{16}\right) \rightarrow D'=2(x-1)+4\left(\frac{-2x}{16}\right)=2x-2-\frac{x}{2} \rightarrow \frac{3x}{2}-2=0 \rightarrow \boxed{x=4/3}$

$y=\sqrt{4\left(1-\frac{x^2}{16}\right)} \rightarrow y=\sqrt{4\left(1-\frac{\frac{16}{3}}{16}\right)} \rightarrow y=\pm\sqrt{4-\frac{2}{3}} \rightarrow \boxed{y=\pm\sqrt{\frac{8}{3}}}$

Los puntos son: $\left(\frac{1}{3},\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$; $\left(\frac{1}{3},-\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$

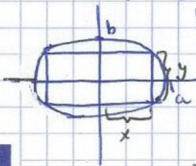
PROBLEMAS TIPO 2.

Figuras inscritas en circunferencias, elipses, esferas o parábolas. La condición en este caso es de nuevo la ecuación de la curva que circunscribe a la figura. y la función es el área, volumen o superficie que me piden optimizar de la figura, con la fórmula referida a los ejes x e y.



(1)

Condición: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ Área del rectángulo $=4xy$



$\frac{y^2}{b^2}=1-\frac{x^2}{a^2}=\frac{a^2-x^2}{a^2} \rightarrow y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2) \rightarrow \boxed{y}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)}=\boxed{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}}$

$A=4xy \rightarrow \boxed{A=4x\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}\right)} \rightarrow A'=\frac{4b}{a}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{4xb}{a}\cdot\frac{(-2x)}{2\sqrt{a^2-x^2}}=0$

$A'=\frac{4b}{a}\sqrt{a^2-x^2}=\frac{4bx^2}{a\sqrt{a^2-x^2}} \rightarrow a^2-x^2=x^2$

$\rightarrow \boxed{x=a/\sqrt{2}}$

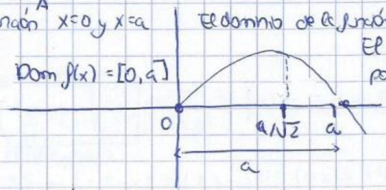
Dimensiones del rectángulo.

Base: $2x = \frac{2a}{\sqrt{2}}$ **Altura**: $2y = \frac{2b}{a}\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{2b}{a}\sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{2ba}{a\sqrt{2}} = \frac{2b}{\sqrt{2}}$

* Observación A veces nos piden dibujar la función que expresa el área del rectángulo.

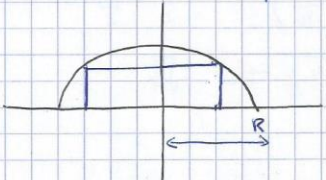
Sustituyo en la función A $x=0$ y $x=a$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = [0, a]$



El dominio de la función como máximo puede valer $\underline{\underline{a}}$: semieje x de la elipse
El mínimo no tiene sentido que te lo piden por el rectángulo tendría área 0.

②



Condición: semicircunferencia de radio R: $x^2+y^2=R^2 \to y=\sqrt{R^2-x^2}$

$A = 2xy \to A = 2x\sqrt{R^2-x^2}$

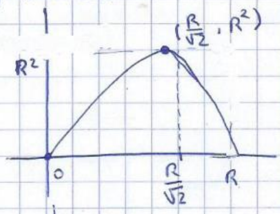
$A' = 2\sqrt{R^2-x^2} + 2x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{R^2-x^2}} = 0$

$2\sqrt{R^2-x^2} = \frac{2x^2}{\sqrt{R^2-x^2}} \to R^2-x^2 = x^2 \to R^2 = 2x^2$

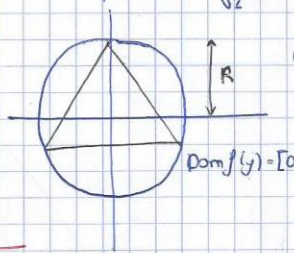
$\hookrightarrow \boxed{x = \frac{R}{\sqrt{2}}}$

Área $= 2 \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{2}} = \boxed{R^2}$

$\mathrm{Dom}\, f(x) = [0, R]$



③



Condición: $x^2+y^2=R^2 \to x=\sqrt{R^2-y^2}$
Función: $A = x(y+R)$

$\boxed{A = \sqrt{R^2-y^2}\,(y+R)}$

$\mathrm{Dom}\, f(y) = [0, r]$

$A' = \frac{-2y}{2\sqrt{R^2-y^2}}(y+R) + \sqrt{R^2-y^2} = 0$

$\sqrt{R^2-y^2} = \frac{y(y+R)}{\sqrt{R^2-y^2}} \to R^2-y^2 = y(y+R)$ → Igualdad notable!!

$(R+y)(R-y) = y(y+R)$

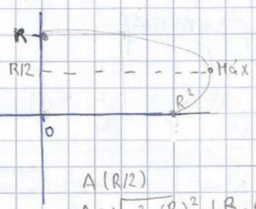
$R = 2y$

$\boxed{y = R/2}$

Altura: $R+y = R + R/2 = 3/2R$

Base: $2x = 2\sqrt{R^2 - R^2/4} = 2\sqrt{\frac{3}{4}R^2} = \sqrt{3}\,R$

$\mathrm{Dom}\, f(y) = [0, R]$

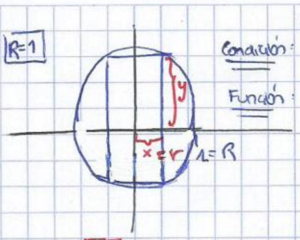


$\boxed{A(R)}$
$A = \sqrt{R^2-R^2}\,(R+R) = 0$

$\boxed{A(0)}$
$A = \sqrt{R^2-0}\,(0+R) \to A = R^2$

$A(R/2)$
$A = \sqrt{R^2-\left(\frac{R}{2}\right)^2}\left(\frac{R}{2}+R\right) \to A = \sqrt{R^2-\frac{R^2}{4}}\left(\frac{R}{2}+R\right)$

(5) $\boxed{R=1}$



Condición: $\left.\begin{array}{l} x^2+y^2=r^2 \\ x^2+y^2=1 \end{array}\right\} y=\sqrt{1-x^2}$

Función: Área lateral del cilindro $= 2\pi r \cdot h = 2\pi x \cdot 2y = 4\pi xy$

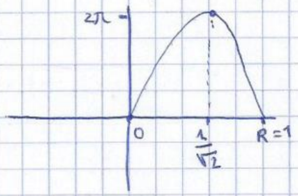
$$\boxed{A = 4\pi x\sqrt{1-x^2}}$$

$$A' = 4\pi\sqrt{1-x^2} + 4\pi x\,\frac{(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$\cancel{4\pi}\sqrt{1-x^2} = \frac{\cancel{4\pi}x^2}{\sqrt{1-x^2}} \rightarrow 1-x^2=x^2 \rightarrow x^2=\frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x=\sqrt{\frac{1}{2}}}$$

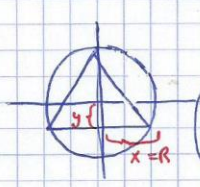
Radio $\rightarrow x = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

Altura $\rightarrow 2y = 2\cdot\sqrt{1-x^2} = 2\cdot\sqrt{1-\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{2}}}$



Sustituyo $x=0$, $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ y $x=1$ en $A=4\pi x\sqrt{1-x^2}$

(6)



Condición: $x^2+y^2=R^2$

Función: volumen del cono $\left\{\begin{array}{l} V=\frac{1}{3}\pi R^2 h \\ V=\frac{1}{3}\pi x^2(R+y) \end{array}\right.$

$\rightarrow x=\sqrt{R^2-y^2}$

$$V=\frac{\pi}{3}\cdot(R^2-y^2)(R+y)$$

$$V'=\frac{\pi}{3}\left(-2y(R+y)+(R^2-y^2)\cdot 1\right)=0$$

$$R^2-y^2=2y(R+y)$$

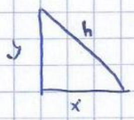
$$\cancel{(R+y)}(R-y)=2y\cancel{(R+y)} \rightarrow R=2y+y \rightarrow R=3y \rightarrow \boxed{y=\frac{R}{3}}$$

Radio $= R = x = \sqrt{R^2-\left(\frac{R}{3}\right)^2}$

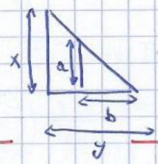
Altura $= R+y = R+\frac{R}{3}$

- Continuación de optimización. PROBLEMAS TIPO 3.

Condiciones expresadas mediante triángulos. Si las relaciones que aparecen en los dibujos aparecen triángulos, solo utilizaremos o el Teorema de Pitágoras o semejanza de triángulos.

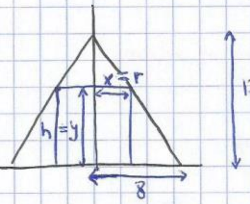


$h^2 = x^2 + y^2$



$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

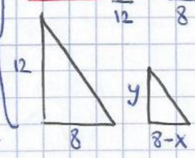
(4)



Volumen del cilindro máximo.

$V_{cilindro} = \pi r^2 h \rightarrow V = \pi x^2 y$

Condición: $\frac{y}{12} = \frac{8-x}{8} \rightarrow y = \frac{12}{8}(8-x) \rightarrow \boxed{y = \frac{3}{2}(8-x)}$



$V = \pi x^2 y \rightarrow V = \pi x^2 \frac{3}{2}(8-x)$

$\boxed{V = 12\pi x^2 - \frac{3}{2}\pi x^3}$

$V' = 24\pi x - \frac{9}{2}\pi x^2$

$V' = 0$

$V' = 24\pi x - \frac{9}{2}\pi x^2 = 0$

$\rightarrow 24 = \frac{9}{2}x \rightarrow \boxed{x = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}}$

Pto crítico.

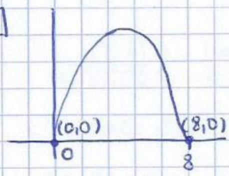
Observación: A partir de ahora hay que comprobar el resultado:

- Si la 2º derivada es positiva tendremos mínimo.
- Si la 2º derivada es negativa tendremos máximo.
- Si lo que aparece no es lo que buscamos, tendremos que estudiar la función en el rango de la variable.

(1) $V'' = 24\pi - 9\pi x \rightarrow V''\left(\frac{16}{3}\right) = 24\pi - 9\pi\left(\frac{16}{3}\right) \rightarrow V''\left(\frac{1}{3}\right) = -24\pi < 0$ Máximo

(2) He sustituido "y" y he operado con "x"

rango x: $[0, 8]$



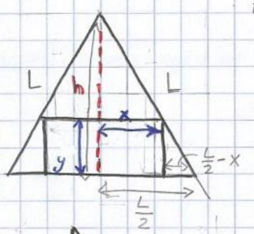
$V(0) = 0$

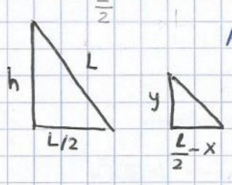
$V(8) = 12\pi 8^2 - \frac{3}{2}\pi 8^3 = 8^2\pi(12-12) = 0$

El volumen tiene que ser positivo por lo que la función sube y luego baja por lo que hay un máximo.

* Si estoy buscando por ej un volumen máximo y me sale un volumen mínimo, tengo que hacer obligatoriamente el 2º método.

7





base · altura
A máxima del rectángulo = $2x\,y$

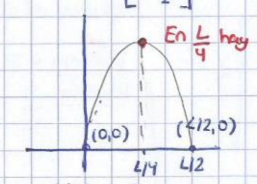
$$L^2=\left(\frac{L}{2}\right)^2+h^2 \to L^2-\frac{L^2}{4}=h^2 \to h=\sqrt{L^2-\frac{L^2}{4}} \to h=\sqrt{\frac{3}{4}L^2}=\frac{\sqrt{3}L}{2}$$

Condiciones: $\dfrac{y}{\frac{\sqrt{3}L}{2}}=\dfrac{\frac{L}{2}-x}{L/2}$; $y=\sqrt{3}\left(\frac{L}{2}-x\right)$

$$A=2x\cdot\sqrt{3}\left(\frac{L}{2}-x\right)=\sqrt{3}Lx-2\sqrt{3}x^2$$

$$A'=\sqrt{3}L-4\sqrt{3}x=0 \to x=\frac{\sqrt{3}L}{4\sqrt{3}}=\frac{L}{4}$$

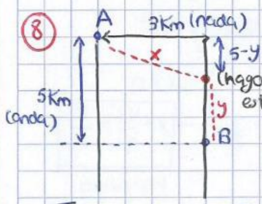
2 Rango $x\left[0,\frac{L}{2}\right]$



En $\frac{L}{4}$ hay un máximo.

$\left.\begin{array}{l}A(0)=0\\ A\left(\frac{L}{2}\right)=0\end{array}\right\}$ como $\sqrt{3}Lx-2\sqrt{3}x^2$ — el nº que multiplica a x^2 — como es negativo es una parábola con las cuernos hacia abajo

8



(hago una observación general, lo que esté entremedias de nadar y correr).

$$T=\text{tiempo mínimo}=T\text{nadando}+T\text{andando}=Tn+Ta=\frac{x}{3}+\frac{y}{5}$$

Condición: $x^2=3^2+(5-y)^2 \to x=\sqrt{9+(5-y)^2}$

$$T=\frac{\sqrt{9+(5-y)^2}}{3}+\frac{y}{5} \to T'=\frac{1}{3}\frac{2(5-y)(-1)}{2\sqrt{9+(5-y)^2}}+\frac{1}{5}=0 \to \frac{1}{5}=\frac{1}{3}\frac{(5-y)}{\sqrt{9+(5-y)^2}}$$

$$\to 3\sqrt{9+(5-y)^2}=5(5-y) \to 9(9+(5-y)^2)=25\cdot(5-y)^2$$

$$\to 81+9(5-y)^2=25(5-y)^2 \to 81=16(5-y)^2 \to \frac{81}{16}=(5-y)^2$$

$$\to \pm\frac{9}{4}=5-y \to y \begin{cases} 5+\frac{9}{4} \\ \boxed{5-\frac{9}{4}=\frac{11}{4}} \end{cases}$$

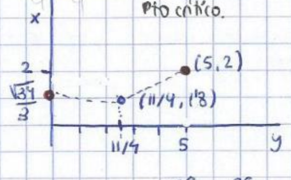
$5+\frac{9}{4}$ → La y de mi dibujo no puede valer más de 5

$\boxed{5-\frac{9}{4}=\frac{11}{4}}$ Pto crítico.

2 Rango $y:[0,5]$

$T(0)=\frac{\sqrt{34}}{3}$

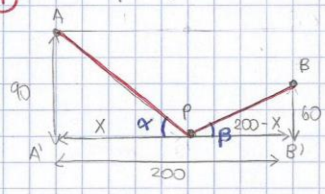
$T(5)=2$



En $y=\frac{11}{4}$ hay un mínimo.

$$T\left(\frac{11}{4}\right)=\frac{\sqrt{9+\left(\frac{9}{4}\right)^2}}{3}+\frac{\frac{11}{4}}{5} \to \frac{\sqrt{\frac{225}{16}}}{3}+\frac{\frac{11}{4}}{5}=\frac{\frac{15}{4}}{3}+\frac{\frac{11}{4}}{5} \to \frac{\frac{75}{4}+\frac{33}{4}}{15}=\frac{108}{60}=\frac{54}{30}=\frac{18}{10}=1{,}8$$

(9)



$0 \leq x \leq 200$

Distancia que recorra la vaca sea mínima

$$D = \sqrt{90^2 + x^2} + \sqrt{(200-x)^2 + (60)^2}$$

$$D' = \frac{2x}{2\sqrt{90^2+x^2}} + \frac{1 \cdot 2(200-x)(-1)}{2\sqrt{(200-x)^2+(60)^2}}$$

$$D' = \frac{2x}{2\sqrt{90^2+x^2}} - \frac{(200-x)}{\sqrt{(200-x)^2+(60)^2}} \rightarrow D' = 0$$

$$\rightarrow \frac{x}{\sqrt{90^2+x^2}} = \frac{200-x}{\sqrt{(200-x)^2+60^2}}$$

$$\rightarrow x\left(\sqrt{(200-x)^2+60^2}\right) = \sqrt{90^2+x^2}\,(200-x)$$

$$\rightarrow x^2\left((200-x)^2+60^2\right) = (200-x)^2(90^2+x^2)$$

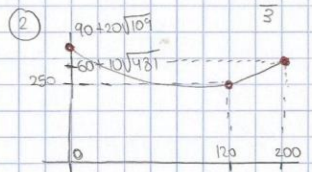
$$\rightarrow \cancel{x^2(200-x)^2} + x^2 60^2 = (200-x)^2(90^2) + \cancel{(200-x)^2 x^2}$$

$$x^2 60^2 = (200-x)^2(90^2) \rightarrow \frac{60^2}{90^2} = \left(\frac{200-x}{x}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{200}{x} - 1\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{200}{x} - 1 = \frac{2}{3},\ -\frac{2}{3} \rightarrow \frac{200}{x} < \begin{matrix} 5/3 \\ 1/3 \end{matrix} \rightarrow x < \begin{matrix} 600/5 \rightarrow \boxed{x = 120} \\ 600 \end{matrix}$$

Ya x no puede valer más de 200

(2)



En x=120 hay un mínimo.

$$D(0) = \sqrt{90^2+0^2} + \sqrt{(200-0)^2+60^2} \rightarrow D(0) = 90 + \sqrt{40000+3600} \rightarrow D(0) = 90 + 10\sqrt{400+36}$$
$$\rightarrow D(0) = 90 + 20\sqrt{109} \simeq 290$$

$$D(200) = \sqrt{90^2+200^2} + \sqrt{(200-200)^2+60^2} \rightarrow D(200) = \sqrt{90^2+200^2} + 60$$
$$\rightarrow D(200) = 60 + \sqrt{8100+40000} \rightarrow D(200) = 60 + 10\sqrt{81+400} \rightarrow D(200) = 60 + 10\sqrt{481}$$

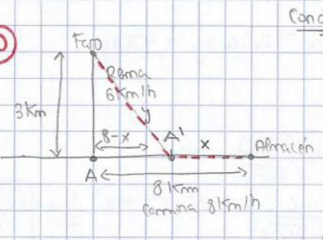
$$D(120) = \sqrt{90^2+120^2} + \sqrt{(200-120)^2+60^2} \rightarrow D(120) = \sqrt{8100+14400} + \sqrt{6400+3600}$$
$$\rightarrow D(120) = 10\sqrt{81+144} + 10\sqrt{64+36} \rightarrow D(120) = 10(\sqrt{125}+\sqrt{100}) \rightarrow D(120) = 10(15+10) \rightarrow D(120) = \underline{250}$$

Relación entre α y β

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}$ $\quad \operatorname{tg}\beta = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$ Las tangentes de α y β son iguales, por tanto **α y β son iguales**.

PROBLEMAS TIPO 3.

(10)



Condición: $y^2 = 3^2 + (8-x)^2 \to y = \sqrt{9+(8-x)^2}$

T = tiempo mínimo = Tnadando + Tandando = Tn + Ta = $\frac{y}{3} + \frac{x}{8}$

$$\boxed{T = \frac{\sqrt{9+(8-x)^2}}{3} + \frac{x}{8}} \to T' = \frac{1}{3}\cdot\frac{2(8-x)(-1)}{2\sqrt{9+(8-x)^2}} + \frac{1}{8}$$

$$\to T' = \frac{-2(8-x)}{2\cdot 3\sqrt{9+(8-x)^2}} + \frac{1}{8} \to T' = \frac{-(8-x)}{3\sqrt{9+(8-x)^2}} + \frac{1}{8} = 0$$

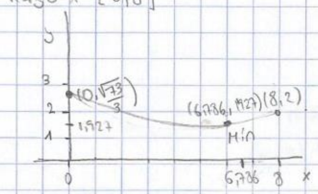
$$\to \frac{(8-x)}{3\sqrt{9+(8-x)^2}} = \frac{1}{8} \to 8(8-x) = 3\sqrt{9+(8-x)^2}$$

$$\to 64(8-x)^2 = 9(9+(8-x)^2) \to 64(8-x)^2 = 81 + 9(8-x)^2$$

$$\to 55(8-x)^2 = 81 \to (8-x)^2 = \frac{81}{55} \to 8-x = \frac{9}{\sqrt{55}}$$

$$\to x = 8 - \frac{9}{\sqrt{55}} \simeq x = 6{,}786$$ Punto crítico

Rango $x = [0,8]$



$$T(0) = \frac{\sqrt{9+(8-0)^2}}{3} + \frac{0}{8} \to T(0) = \frac{\sqrt{73}}{3} \simeq 2{,}848$$

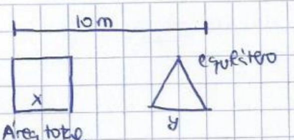
$$T(8) = \frac{\sqrt{9+(8-8)^2}}{3} + \frac{8}{8} \to T(8) = \frac{3}{3} + 1 \to T(8) = 2$$

$$T(6{,}786) = \frac{\sqrt{9+(8-6{,}786)^2}}{3} + \frac{6{,}786}{8} \to T(6{,}786) = 1{,}927$$

En $\boxed{x = 8 - \frac{9}{\sqrt{55}}} = 6{,}786$ hay un mínimo

Recorre 6,786 Km andando y 1,927 Km nadando

(11)



¿ Área total?

Función: Área total $= A_T = A_{\square} + A_{\triangle} = x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}y^2$

Condición: $4x + 3y = 10 \to y = \frac{10-4x}{3}$

Los perímetros sumados tienen que dar 10 m.

$$A_{TOTAL} = x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{10-4x}{3}\right)^2$$

$$A'_{TOTAL} = 2x + \frac{\sqrt{3}}{\cancel{4}}\cdot 2\left(\frac{10-4x}{3}\right)\left(\frac{\cancel{-4}}{3}\right) = 0$$

$$\to 2x = \frac{2\sqrt{3}}{9}(10-4x) \to x = \frac{\sqrt{3}}{9}(10-4x) \to 9x = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3}x \to x(9+4\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}$$

$$\to x = \frac{10\sqrt{3}}{9+4\sqrt{3}}$$

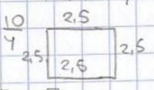
Pto crítico.

(1) $A''_{TOTAL} = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{9}(-4) > 0$

El punto crítico $\boxed{\frac{10\sqrt{3}}{9+4\sqrt{3}}}$ es un $\boxed{\text{mínimo}}$.

(2) Rango x: $\left[0, \frac{10}{4}\right]$

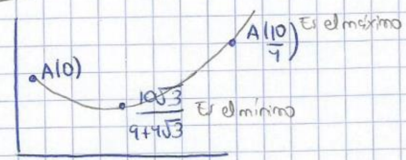
Si fuera $[0,10]$ entonces no puedo cerrar el cuadrado por lo que es $\frac{10}{4}$



El rango y: $\left[0, \frac{10}{3}\right]$

$A(0) = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{10^2}{3^2} = \frac{25\sqrt{3}}{9}$

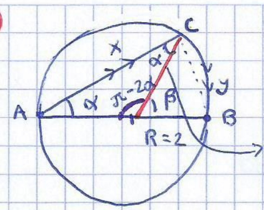
$A\left(\frac{10}{4}\right) = \frac{100}{16} = \frac{25}{4} \simeq 6,25$



El máximo de la función está en los extremos, concretamente en $x = \frac{10}{4}$

Lo que me falte siempre está en los extremos.

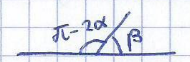
(13)



Camina a 4 mi/h
Rema a 2 mi/h

Longitud arco = Ángulo·radio.
$L = 2\pi r$.

Los ángulos de un triángulo suman 180°
↳ $\alpha + \alpha + \pi - 2\alpha = 180°$



$\pi - 2\alpha + \beta = 180°$
$\pi - 2\alpha + \beta = \pi$
$\beta = 2$

Triángulo isósceles: dos lados iguales y uno desigual.

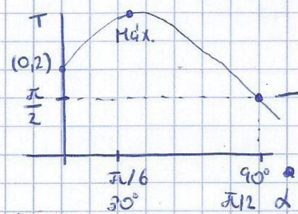
$T = \frac{x}{2} + \frac{y}{4}$

$\cos\alpha = \frac{x}{4}$ ⟶

$\begin{cases} y = \text{Ángulo}\cdot\text{radio} \\ y = \beta \cdot 2 \end{cases}$ ↳ $y = 2\alpha \cdot 2 \rightarrow y = 4\alpha$

$T = \frac{4\cos\alpha}{2} + \frac{4\alpha}{4} = 2\cos\alpha + \alpha$

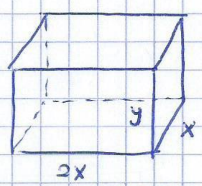
$T' = -2\operatorname{sen}\alpha + 1 = 0 \longrightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2} \longrightarrow \alpha = 30°$
Pto crítico



⟶ En $\frac{\pi}{2}$ hay un mínimo

(17)

Volumen = 10 cm³



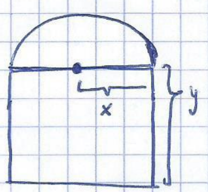
↳ Material para la base = 10 €/m²

↳ Material para los costados = 6 €/m²

Función coste $C = 10 \cdot 2x^2 + 6(4xy + 2xy)$

$\begin{cases} C = 20x^2 + 36xy \\ V = \rightarrow 2x^2 y = 10 \end{cases}$

(14)



$A = 2xy + \frac{\pi x^2}{2}$

$P = 2y + x + \frac{2\pi x}{2} \longrightarrow P = 2y + x + \pi x = 30.$